

А. В. Кулешов

*Балтийский федеральный университет им. И. Канта,
г. Калининград, arturkuleshov@yandex.ru*

ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СВЯЗКА ИНДУЦИРОВАННЫХ ФУНДАМЕНТАЛЬНО-ГРУППОВЫХ СВЯЗНОСТЕЙ НА СЕМЕЙСТВЕ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В n -мерном проективном пространстве P_n рассматривается семейство B_r центрированных m -мерных плоскостей $L_m^* = (A, L_m)$, причем $1 \leq r \leq m(n - m) + n$. Изучаются фундаментально-групповые связности, ассоциированные с этим семейством. Исследование проводится методом Картана – Лаптева.

В пространстве P_n действует проективная группа $GP(n)$ со структурными формами $\omega^I, \omega_J^I, \omega_I$ ($I, J = \overline{1, n}$), удовлетворяющими уравнениям Э. Картана, не содержащим условия эквипроективности (см., напр., [1], [2]). В подвижном репере $\{A, A_a, A_\alpha\}$, адаптированном текущей плоскостью ($A_a \in L_m^*$), семейство B_r задается уравнениями в параметрическом виде [3]

$$\omega^a = \Lambda_i^a \theta^i, \quad \omega^\alpha = \Lambda_i^\alpha \theta^i, \quad \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha \theta^i,$$

$$i, j, \dots = \overline{1, r}; \quad a, b, \dots = \overline{1, m}; \quad \alpha, \beta, \dots = \overline{m+1, n}.$$

Они содержат компоненты фундаментального объекта 1-го порядка $\Lambda = \{\Lambda_i^a, \Lambda_i^\alpha, \Lambda_{ai}^\alpha\}$ семейства и структурные формы θ^i пространства параметров.

Над B_r как над базой возникает главное расслоение $G(B_r)$, типовым сечением которого является подгруппа стационарности

$G \subset GP(n)$ центрированной плоскости L_m^* . В этом расслоении способом Г. Ф. Лаптева (точнее, приемом Ю. Г. Лумисте) при помощи преобразованных слоевых форм $\tilde{\omega}_b^a, \tilde{\omega}_{\beta i}^a, \tilde{\omega}_a, \tilde{\omega}_\alpha^a, \tilde{\omega}_\alpha$ задается фундаментально-групповая связность, определяемая полем объекта связности $\Gamma = \{\Gamma_{bi}^a, \Gamma_{\beta i}^a, \Gamma_{ai}, \Gamma_{\alpha i}^a, \Gamma_{\alpha i}\}$. В структурные уравнения на формы связности входят компоненты тензора кривизны $R = \{R_{bij}^a, R_{\beta ij}^a, R_{aij}, R_{\alpha ij}^a, R_{\alpha ij}\}$, которые выражаются через объект Γ и его пфаффовы производные.

Композиционное оснащение (ср. [2]) семейства B_r является аналогом сильной нормализации А. П. Нордена и состоит в задании полей аналогов нормалей 2-го рода N_{m-1} и плоскостей Каргана C_{n-m-1} , определяемых полем квазитензора $\lambda = \{\lambda_a, \lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha\}$. Проективной оболочкой точки A в плоскости C_{n-m-1} является нормаль 1-го рода N_{n-m} , а на плоскости N_{m-1} и C_{n-m-1} натянута гиперплоскость P_{n-1} . Смещения элементов тройки (A, N_{m-1}, C_{n-m-1}) определяются тензорами подвижности $\Lambda_i^\alpha, M_i^\alpha, M_{\alpha i}^\alpha, t_{ai}, t_{\alpha i}^\alpha, t_{\alpha i}$ [3].

Теорема 1. *Композиционное оснащение семейства B_r индуцирует в главном расслоении $G(B_r)$ трехпараметрическую связку фундаментально-групповых связностей*

$$\overset{0}{\Gamma}(\xi, \eta, \zeta) = \{\overset{0}{\Gamma}_{bi}^a(\xi), \overset{0}{\Gamma}_{\beta i}^a(\eta), \overset{0}{\Gamma}_{\alpha i}(\zeta), \overset{0}{\Gamma}_{\alpha i}^a(\eta), \overset{0}{\Gamma}_{\alpha i}(\xi, \eta, \zeta)\}.$$

Тензоры кривизны $\overset{0}{R}(\xi, \eta, \zeta)$ индуцированных связностей $\overset{0}{\Gamma}(\xi, \eta, \zeta)$ выражаются через тензоры подвижности по следующим формулам (ср. [1]):

$$\begin{aligned} R_{bij}^a &= M_{b[i} t_{|a|j]}^\alpha - M_{[i}^\alpha t_{|b|j]} - \delta_b^\alpha (M_{[i}^\alpha t_{|c|j]} + \Lambda_{[i}^\alpha t_{|a|j]}), \\ R_{\beta ij}^\alpha &= -M_{a[i}^\alpha t_{|\beta|j]}^\alpha - \Lambda_{[i}^\alpha t_{|\beta|j]} - \delta_\beta^\alpha (M_{[i}^\alpha t_{|a|j]} + \Lambda_{[i}^\alpha t_{|\gamma|j]}), \end{aligned}$$

$$R_{aij}^0(\xi) = R_{aij}^b \lambda_b + \xi M_{a[i}^{\alpha} t_{|\alpha|j]},$$

$$R_{aij}^a(\eta) = R_{aij}^{\beta} \lambda_{\beta}^a - R_{bij}^a \lambda_{\alpha}^b + \eta M_{[i}^a t_{|\alpha|j]},$$

$$R_{aij}^0(\xi, \eta, \zeta) = R_{aij}^{\beta} \lambda_{\beta} - R_{aij}^0(\xi) \lambda_{\alpha}^a + (\zeta - \xi \eta) t_{\alpha[i}^a t_{|a|j]} + \eta \lambda_a M_{[i}^a t_{|\alpha|j]}.$$

Теорема 2. Для совпадения тензоров кривизны двух любых индуцированных фундаментально-групповых связностей связки $\overset{0}{\Gamma}$ достаточно смещение плоскости C_{n-m-1} в гиперплоскости P_{n-1} ($t_{\alpha i} = 0$).

Теорема 3. Для того чтобы индуцированная фундаментально-групповая связность любого типа являлась плоской, достаточно выполнения одного из следующих пяти условий:

- 1) плоскости C_{n-m-1} и P_{n-1} неподвижны;
- 2) плоскости C_{n-m-1} и N_{n-m} неподвижны;
- 3) плоскости N_{m-1} и P_{n-1} неподвижны;
- 4) плоскость C_{n-m-1} смещается в нормали 1-го рода, центр A смещается в плоскости L_m , а нормаль 2-го рода в P_{n-1} ;

5) плоскость C_{n-m-1} смещается в P_{n-1} , центр A смещается в нормали 1-го рода, а нормаль 2-го рода в L_m .

ЛИТЕРАТУРА

1. Чакмазян А. В. *Связность в нормальных расслоениях нормализованного подмногообразия V_m в R^n* // Итоги науки и техн. Пробл. геометрии. – М.: ВИНТИ, 1978. – Т. 10. – С. 55–74.
2. Шевченко Ю. И. *Оснащения центропроективных многообразий*. – Калининград: Калинингр. ун-т, 2000. – 113 с.
3. Кулешов А. В. *О совпадении и интерпретации связностей, индуцированных на семействе центрированных плоскостей* // Вестник РГУ им. И. Канта. – Калининград, 2009. – Вып. 10. – С. 112–119.

О. Е. Куркина, А. А. Куркин, А. Р. Гиниятуллин

*НИУ Высшая школа экономики, Нижегородский
государственный технический университет*

им. Р.Е. Алексеева

oksana.kurkina@mail.ru, aakurkin@gmail.com,

aginiyatullin@eias.ru

**О ПЕРЕНОСЕ ЧАСТИЦ
ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ УЕДИНЕННЫХ
ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН**

Нелинейные волновые движения в стратифицированных потоках характеризуются многомодовым составом и большим разнообразием режимов и форм: от распространяющихся и стоячих волн до локализованных (солитоноподобных и короткоживущих волн большой амплитуды), включая их всевозможные нелинейные суперпозиции. Точное описание возмущений большой амплитуды является наиболее практически важным,